

Calcul tridimensionnel de la résultante d'une chaîne de cotes en cotation ISO.

Bernard ANSELMETTI

ENS Cachan, Univ Paris Sud, IUT de Cachan,
Laboratoire Universitaire de Recherche en Production Automatisée
61 avenue du président WILSON, 94235 Cachan cedex
anselm@lurpa.ens-cachan.fr

Résumé :

En cotation fonctionnelle, il est nécessaire de calculer l'influence de tous les défauts admis sur les pièces par leur cotation selon les normes ISO pour vérifier le respect des exigences fonctionnelles. La méthode CLIC (Cotation en Localisation avec Influence des Contacts) comprend des algorithmes de choix des spécifications, une méthode originale et complète de calcul 3D de la résultante dite "des droites d'analyse", au pire des cas et en statistique, et une méthode de synthèse des tolérances. Cette communication présente l'influence des défauts d'une jonction sur l'exigence et la décomposition d'une exigence complexe en sous-exigences pour le cumul des influences. Une application tridimensionnelle est proposée avec une présentation de la feuille de calcul EXCEL.

Abstract :

In functional tolerancing, it is necessary to calculate the influence of all the deviations admitted on the parts by their definition drawings according to ISO standards' to check the respect of the functional requirements. The method CLIC (Tolerancing in Localization with Influence of the Contacts) includes algorithms of choice of the specifications, an original and complete 3D method of calculation of the result based on the "analysis lines", at worse cases and in statistics, and a method of synthesis of the tolerances. This communication presents the influence of the deviations of a junction on the requirement and the decomposition of a complex requirement in sub-requirements. A three-dimensional application is proposed with a presentation of the worksheet EXCEL.

Mots-clefs :

Cotation ISO ; cotation statistique ; tolérancement 3D

1 Introduction

Dans une chaîne de cotes tridimensionnelle, plusieurs défauts angulaires et radiaux d'une même pièce peuvent être influents sur une exigence, ce qui rend impossible l'emploi d'une méthode statistique basée simplement sur la somme des variances associées à chaque tolérance. Cette difficulté a nécessité le développement d'une méthode particulière, pour séparer le plus possible l'influence des défauts de chaque pièce. La méthode des droites d'analyse établit, pour chaque exigence, une inéquation qui relie les dimensions nominales des pièces et les tolérances des spécifications, à la valeur limite de l'exigence.

2 Principe du cumul 3D des écarts

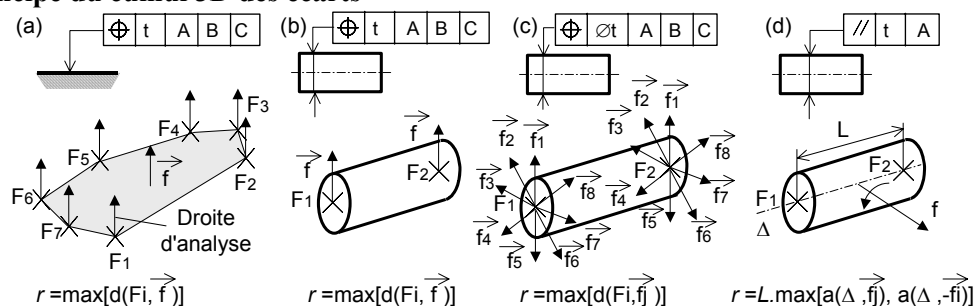


Figure 1 : Discretisation des surfaces terminales

La surface terminale de l'exigence doit être discrétisée. Si l'exigence est une localisation d'un plan, le contour est discrétisé en plusieurs points fonctionnels F_i (fig 1a). Le déplacement de chaque point F_i , noté $d(F_i, \vec{f})$, est étudié dans la direction \vec{f} , normale au plan. Pour une localisation de l'axe d'un cylindre avec une zone de tolérance définie par deux plans perpendiculaires à la direction \vec{f} , il suffit d'étudier le déplacement des deux extrémités de l'axe du cylindre (fig 1b). Si la zone de tolérance est cylindrique, la discrétisation est radiale (fig 1c). Si l'exigence est une orientation, il faut déterminer le déplacement angulaire maxi autour de la direction \vec{f} noté $a(\Delta, \vec{f})$, Δ étant l'axe du cylindre ou une droite du plan (fig 1d). La résultante maxi sera obtenue en calculant le plus grand des déplacements sur les différents points.

Le principe du calcul est schématisé sur la figure 2. L'exigence impose que la surface terminale se trouve en E, à une position théorique décrite par des cotes encadrées par rapport au système de références défini sur des surfaces du mécanisme et dans une zone de tolérance de largeur t . La normale à cette surface fonctionnelle est \vec{f} . En pratique, la surface nominale sera positionnée en F en fonction du cumul des cotes encadrées des pièces influentes et avec un écart maxi qui dépend des tolérances des pièces influentes. Les relations à respecter sont du type suivant :

$$e_L - \overrightarrow{EF} \cdot \vec{f} \leq t/2 \text{ et } \overrightarrow{EF} \cdot \vec{f} + e_M \leq t/2$$

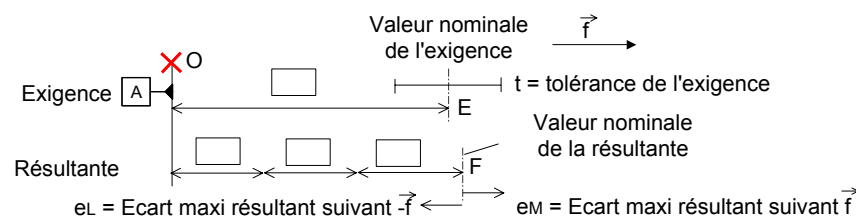


Figure 2 : Calcul de l'écart maxi à respecter

Le calcul comporte donc deux parties, d'une part le calcul de la position nominale par "assemblage" des pièces nominales du mécanisme et le cumul des écarts dus à chaque pièce et aux jeux. La première partie ne sera pas présentée dans cette communication. Le paramétrage est basée sur des surfaces offset du modèle CAO. La mise en position des pièces est recalculée dans EXCEL en fonction des décalages des surfaces.

La méthode étudie le déplacement de chaque point de la surface terminale dans la direction d'analyse \vec{f} , en ajoutant successivement le déplacement dû à chaque jonction. Toutes les pièces sont parfaites, seules les surfaces de la jonction étudiée ont des défauts par rapport aux systèmes de références principal de la pièce considérée (Anselmetti *et al* 2003a).

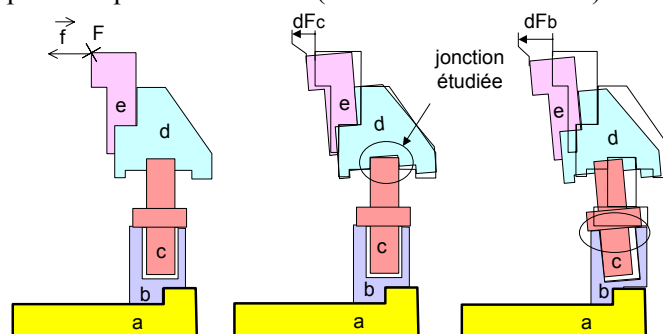


Figure 3 : Influence d'une jonction

Il est donc possible d'établir l'influence des défauts de la jonction étudiée sur la surface terminale en considérant que toutes les pièces entre la jonction et la surface terminale sont "soudées" en une seule pièce, ce qui revient à étudier une jonction entre deux pièces.

3 Approche sur une liaison isostatique

La méthode des droites d'analyse peut être introduite sur un assemblage simple de deux pièces, avec un montage isostatique. Trois points définissent un appui plan primaire, les points

S1 et S2 définissent une linéique secondaire et un sixième point tertiaire. Les trois faces planes sont orientées de manière quelconque (figure 4).

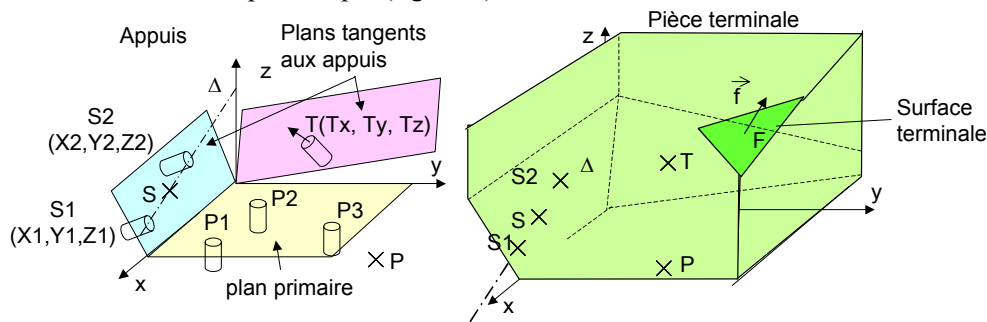


Figure 4 : Influence des défauts d'un montage isostatique

Le problème est de calculer : $d(F, \vec{f}) = \overrightarrow{dF} \cdot \vec{f}$ avec $F(F_x, F_y, F_z)$ et $\vec{f} (f_x, f_y, f_z)$ (unitaire). Les défauts des points d'appui induisent un petit déplacement du système de références partielles construit sur la pièce terminale. Ce déplacement est défini par la translation (u, v, w) de l'origine et par une rotation $\vec{\Omega}$. Le déplacement du point F est alors :

$$\overrightarrow{dF} \cdot \vec{f} = u.f_x + v.f_y + w.f_z + \overrightarrow{\Omega} \cdot (\overrightarrow{OF} \wedge \vec{f})$$

$T(T_x, T_y, T_z)$ est le point d'appui tertiaire de la pièce terminale :

$$\vec{dT} \cdot \vec{t} = u.tx + v.ty + w.tz + \vec{\Omega} \cdot (\vec{OT} \wedge \vec{t}) \text{ avec } t(tx, ty, tz)$$

Au point S de la pièce terminale appartenant la droite passant par les deux points S1 et S2 :

$$\vec{dS} \cdot \vec{s} = v.sy + w.sz + \vec{\Omega} \cdot (\vec{OS} \wedge \vec{s}) \text{ avec } \vec{s} (0, sy, sz) \text{ unitaire.}$$

Soit un point P du plan de contact primaire avec $\vec{p}(0,0,1)$ $\overrightarrow{dP} \cdot \vec{p} = w + \overline{\Omega} \cdot (\overrightarrow{OP} \wedge \vec{p})$

En éliminant u, v, w de ces relations, on obtient la relation suivante :

$$d(F, f) = kt \overrightarrow{dTt} + ks. \overrightarrow{dSs} + kp. \overrightarrow{dPp} + \overrightarrow{\Omega} [(\overrightarrow{OF \wedge f}) - (kt. \overrightarrow{OT \wedge t}) - (ks. \overrightarrow{OS \wedge s}) - (kp. \overrightarrow{OP \wedge p})].$$

$$\text{avec } kt = \frac{f_x}{t_x} ; ks = \frac{1}{s_y} \left(f_y - \frac{f_x \cdot t_y}{t_x} \right) ; kp = \left(f_z - \frac{f_x \cdot t_z}{t_x} - \frac{s_z}{s_y} \left(f_y - \frac{f_x \cdot t_y}{t_x} \right) \right)$$

Il faut trouver les points S et P tels que cette relation soit vraie quel que soit Ω . Pour cela, il faut que le crochet soit nul, ce qui donne :

$$X_p = -(Z_f.f_x - X_f.f_z) + K_t(Z_t.t_x - X_t.t_z) - K_s.X_s.sz / K_p$$

$$Y_p = [(Yf.fz - Zf.fy) - Kt(Yt.tz - Zt.ty) - Ks.(Ys.sz - Zs.sy)]/Kp$$

$$Xs = [(Xf.fy - Yf.fx) - Kt(Xt.tv - Yt.tx)] / Ks.sy \quad \text{avec } S1(X1, Y1, Z1) \text{ et } S2(X2, Y2, Z2)$$

$$Y_s = Y_1 + (Y_2 - Y_1) \cdot (X_s - X_1) / (X_2 - X_1)$$

$$Z_s = Z_1 + (Z_2 - Z_1) \cdot (X_s - X_1) / (X_2 - X_1)$$

Les points P, S et T sont appelés les points d'analyse. (P, \vec{p}) , (S, \vec{s}) , (T, \vec{t}) sont les trois droites d'analyse. Pour déterminer le déplacement maximal du point F, il suffit donc de déterminer le déplacement maximum des points P, S et T, à l'aide de la relation suivante.

$$d(F,f) = k_t \overrightarrow{dT} \cdot \overrightarrow{t} + k_s \cdot \overrightarrow{dS} \cdot \overrightarrow{s} + k_p \cdot \overrightarrow{dP} \cdot \overrightarrow{p}$$

Il existe quelques cas particuliers (si k_t , k_s et $k_p = 0$), qui nécessitent de rechercher l'angle maxi des appuis selon une direction donnée.

4 Liaison surfacique

Dans le cas de la jonction surfacique plan / plan figure 5, le déplacement de F est maximum lorsque la pièce s'incline induisant un contact secondaire sur l'arête supérieure (figure 5b). la ligne de contact secondaire est sur l'arête supérieure commune au deux faces. Le point primaire obtenu numériquement par les formules en 3, est facilement identifiable graphiquement. Les deux droites passant par S1 et par P1 se coupent en I1, qui est sur la droite d'analyse passant par F1 (figure 5a). On aura donc une nouvelle droite d'analyse primaire passant par P1 de normale \vec{p} et une droite d'analyse secondaire passant par S, de normale \vec{s} . Chaque point fonctionnel F1, F2... donnera donc des droites d'analyse différentes. Comme la liaison est orthomorphe, la relation est très simple :

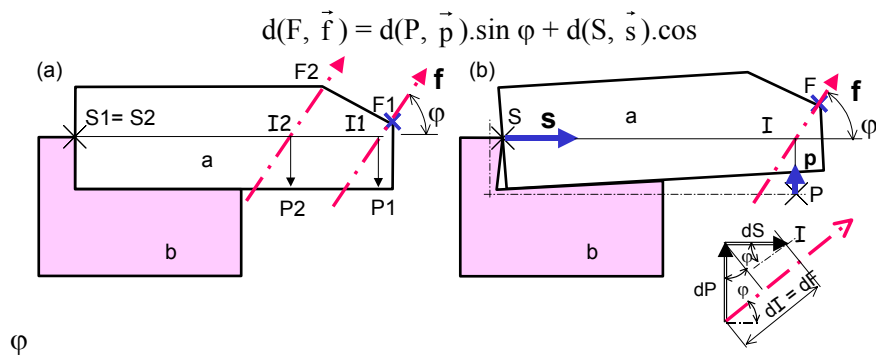


Figure 5 : Détermination des points d'analyse

Dans le cas d'une liaison surfacique, le déplacement des points P, S, et T dépendent des tolérances qui sont fixées par la cotation. La méthode CLIC est basée sur un algorithme itératif qui donne les spécifications utiles de localisation et d'orientation (figure 6a et 6b) : (Anselmetti 2002, 2003b, 2006)

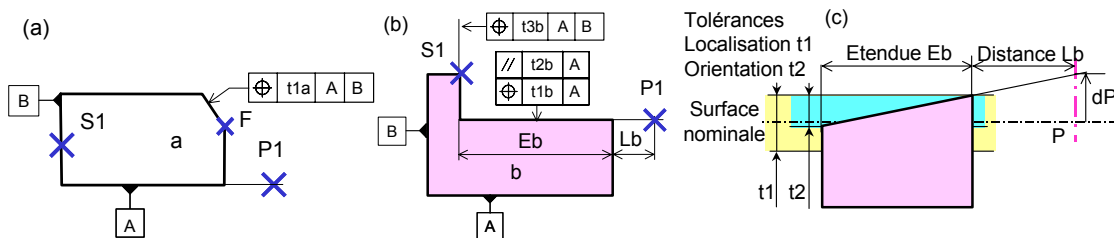


Figure 6 : Influence des tolérances

Le défaut de la surface terminale t1a s'ajoute au déplacement du point F :

$$d(F, \vec{f}) = t1a/2 + d(P, \vec{p}) \cdot \sin \varphi + d(S, \vec{s}) \cdot \cos \varphi$$

Le déplacement du point P est limité par les tolérances de la face primaire :

$$d(P, \vec{p}) = t1b/2 + t2b \times Lb/Eb$$

Le déplacement du point S est limité par la tolérance de la face secondaire : $d(S, \vec{s}) = t3b/2$

D'où la relation complète : $d(F, \vec{f}) = t1a/2 + t1b/2 + t2b \times Lb/Eb + t3b/2$

La figure 7 donne les formules de transfert pour les jonctions classiques.

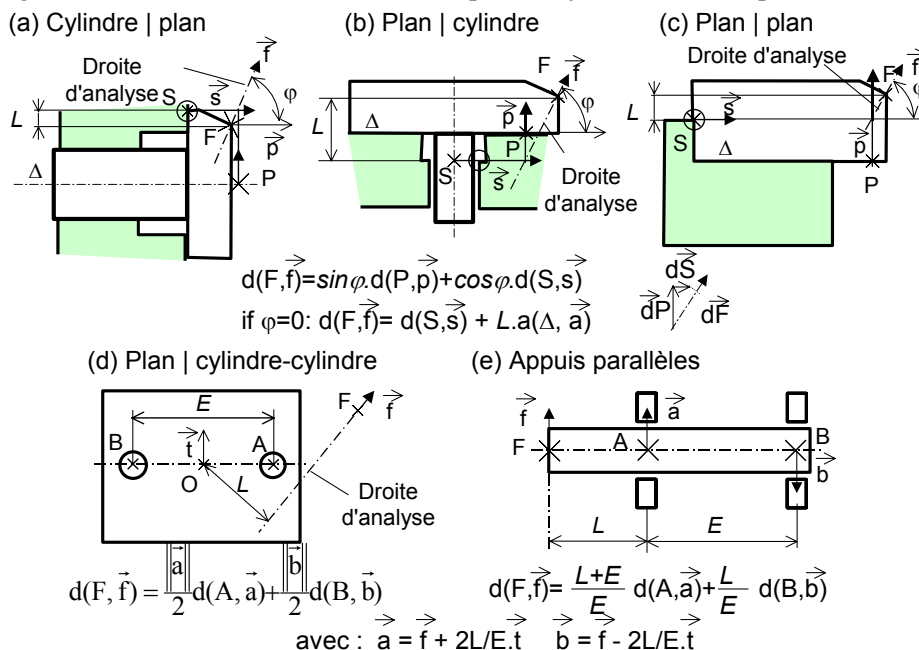


Figure 7 : Relations classiques de transfert

5 Liaison parallèle

Lorsque les pièces d'appui sont différentes, il est nécessaire de séparer chaque sous-branche primaire, secondaire et tertiaire en considérant les droites d'analyse correspondantes. Par contre, lorsque les branches fusionnent dans une même pièce, il est possible de reprendre la droite d'analyse utilisée avant la séparation, ce qui évite la multiplication des combinaisons.

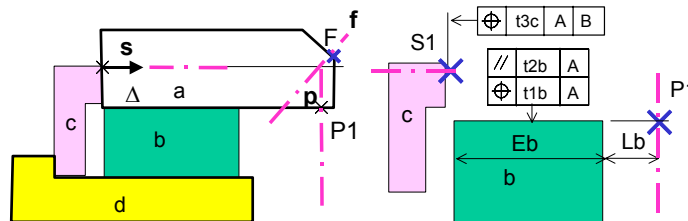


Figure 8 : Transfert dans des branches parallèles

6 Application au calcul 3D de la résultante

L'application porte sur la position d'un cône porté par un axe monté dans un embout, lui-même centré dans un corps. La figure 9a montre la discrétisation du cône en 16 points, avec des normales perpendiculaires à la surface du cône. Le calcul commence par l'étude de jonction axe/embout. Si le défaut de perpendicularité de l'épaulement de l'axe est plus important que l'angle maxi permis par le jeu dans l'alésage, le contact a lieu en S, du côté de \vec{f} (figure 9b), si le défaut de perpendicularité est plus faible, le contact a lieu en S', du côté opposé à \vec{f} (figure 9c).

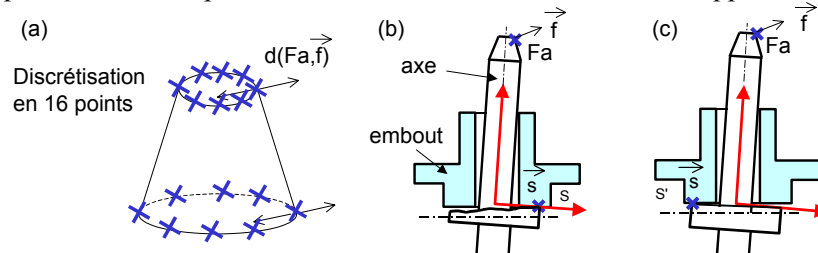


Figure 9 : Analyse des configurations

La figure 10a montre la droite d'analyse passant par F^a , le point secondaire S^a de l'axe sur le bord de l'épaulement et le point primaire P^a (Le plan de référence secondaire du système de références de l'axe passe par S^a). La méthode se poursuit en "soudant" l'axe et l'embout pour étudier l'influence de la jonction embout/corps sur le déplacement du point F (figure 10b). Le contact secondaire a lieu en S^e , sur le bord de la portée cylindrique. On en déduit la position du point d'analyse primaire P^e .

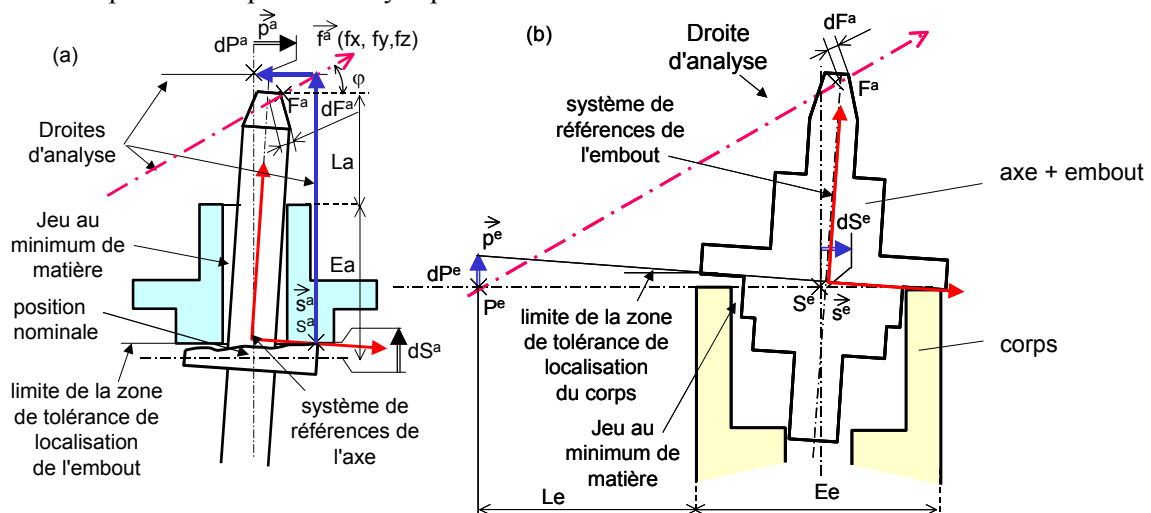


Figure 10 : Cumul des écarts

La relation de calcul de la résultante permet de bien séparer entre crochets, l'influence de chaque pièce et des jeux entre les états virtuels au minimum de matière des pièces :

$$R_{\max} = [t_{4a}/2 + 0,3.t_{2a}] + [0,79.(e_{4-a} + t_{6e}/2 + t_{1a}/2) + 0,46.t_{7e} + 0,32.t_{8e}] + [0,17.t_{9e}] + [0,46.(c_{2-e} + t_{3c}/2 + t_{2c}/2) + 0,46.t_{8c}] + [0,17.t_{9c} + 0,83.t_{7c}]$$

Une maquette informatique sous EXCEL permet la cotation automatique et tous les calculs. La figure 11 montre le résultat avec un cumul au pire des cas et un cumul statistique.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	E14 position d'une surface quelconque									
2	Type surface	Surface tolérancée	Référence / Surface +	Haute Qualité	Limite Qualité	X théorique	Y théorique	Z théorique	Pire cas 0 ; Stat 1 ; Min 2	Nombre d'écarts-types
3	COP	1a	R1c	0,2	0,4	69	0	0	0	3
4	Ecart Résultant pire des cas	Ecart Résultant statistique	Ecart Résultant optimal	Ecart retenu	Qualité obtenue	X résultant	Y résultant	Z résultant	Résultante nominale	Résultante moyenne
5	0,132	0,229	0,132	0,132	68	69	0	0		
6					Mini pire cas	Mini stat	Max du point	Points		
7	Nombre de points de discrétisation 16				0,132	0,217	0,132	2,3,4,5,6,7,8,9		
8					Résult pire cas	Résult statistique	Nominal	Résult pire cas	Résult statistique	Nominal
9	Surface/pièce	Maillons	Spécifications		0,141	0,225	0,000	0,132	0,217	0,000
10	1a	position d'une surface quelconque	S20		0,005		0,001	0,005		0,001
11	8e+8e+8e+2a	Jeu a/e virtuel position et orientation	S11 + S12 + S3 + S3		0,073	0,040	0,042	0,061	0,032	0,041
12	7e	localisation	S14		0,007		0,002	0,007		0,002
13	2c+2c	localisation+perpendicularité	S23+S24		0,015		0,004	0,015		0,004
14	17c+17c+4e	Jeu e/c virtuel position	S27 + S13 + S13		0,041		0,045	0,041		0,045
15	6a	perpendicularité	S2					0,003	0,001	0,001

Figure 11 : Plage de calcul de la résultante

7 Conclusions

La méthode proposée permet de trouver la relation au pire des cas donnant la résultante en fonction des tolérances des différentes pièces influentes (Anselmetti 2006). Cette relation est en fait obtenue par un ensemble de formules EXCEL. Les données à manipuler sont tout à fait abordables et permettent d'envisager de traiter des mécanismes comportant un grand nombre d'exigences fonctionnelles. La simplicité obtenue permet de faire ultérieurement la synthèse des tolérances.

La séparation des influences de chaque pièce et des jeux permet de faire le calcul statistique (Anselmetti 2003b), pour les chaînes de cotes axiales ou radiales. Toutefois, la difficulté reste l'estimation de la forme de la distribution à l'intérieur de l'intervalle d'influence. Les résultats obtenus donnent les grandes tendances et permettent déjà de dégager des stratégies de répartition de tolérances qui peuvent permettre par exemple d'augmenter d'environ 40% les tolérances, dès qu'il y a plus de 5 pièces dans la chaîne de cotes.

Références

- Anselmetti B., Mawussi K., (2003a) Computer Aided Tolerancing using positioning features, Journal of Computing And Information Science in Engineering, Vol 3, pp15-21.
- Anselmetti B., Thiebaut F., Mawussi B., (2002) Functional tolerancing based on influence of contact APSE 2002 Summer Topical Meeting on Tolerance Modeling and Analysis. Charlotte, North Carolina, 15-16 july.
- Anselmetti B., (2003b) Tolérancement : Méthode de cotation fonctionnelle, Editions Hermes Sciences, Lavoisier
- Anselmetti B., (2006) generation of functional tolerancing based on positioning features, Computer Aided Design, vol 38, pp 909-919.
- Anselmetti B., (2005) Génération automatique de la cotation fonctionnelle par la méthode CLIC, CPI 2005, Casablanca (Maroc), CD Rom Paper 075.